Electricité Générale

Electricité 1

Livret 12

Impédance
Associations R-C et R-L

afpa
gagnez en compétences

Mise à jour décembre 2006

FC 1207 12 1.1

CENTRE NATIONAL D'ENSEIGNEMENT ET DE FORMATION A DISTANCE

Réalisation : AFPA - Le Pont de Claix

Avertissement
au lecteur

Dépôt légal juillet 1997

SOMMAIRE

1 IMPEDANCE

1.1 Généralités

Dans cette leçon nous poursuivons l'étude des circuits alimentés par une tension alternative sinusoïdale à la fréquence de 50 Hz.

Nous nous proposons d'étudier maintenant le comportement des associations de résistances et de condensateurs d'une part et des associations de résistances et de bobines d'autre part.

L'étude complète et détaillée des circuits comportant les 3 éléments résistance, condensateur et bobine dépasse le cadre de ce cours; elle ne sera que partiellement abordée.

Rappelons les expressions de la réactance à 50 Hz.

- pour un condensateur :

$$X_C = \frac{1}{2\pi . F \times C} = \frac{1}{100\pi \times C} \quad \text{(en ohms)}$$

- pour une bobine :

$$X_L = 2\pi . F \times L = 100\pi \times L \quad \text{(en ohms)}$$

1.2 Définition de l'impédance

Lorsqu'une portion de circuit, alimentée par une tension alternative, se compose exclusivement de résistances, de condensateurs et de bobines le courant est impérativement alternatif.

On appelle alors **impédance** le rapport U/I. Cette nouvelle grandeur est généralement notée Z.

$$\boxed{Z = \frac{U}{I}}$$

U est la valeur efficace de la tension aux bornes de la portion de circuit;

I est l'intensité efficace du courant total qui circule dans cette portion de circuit;

Z - s'exprime en ohms (Ω).

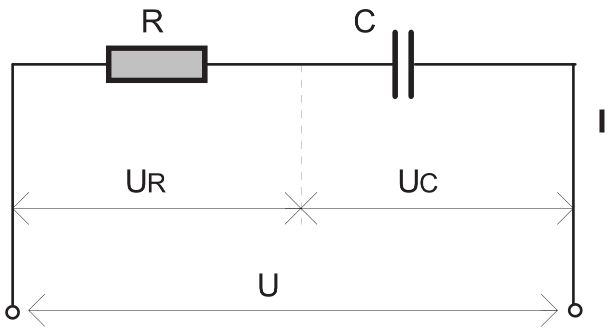
Remarques :

- L'impédance, comme la résistance et la réactance, a pour effet de s'opposer au passage du courant électrique et de le limiter.
- La relation U = Z x I traduit la généralisation de la loi d'Ohm en alternatif. Elle est semblable aux relations U = R x I et U = X x I.

2 RESISTANCE ET CONDENSATEUR

2.1 Association série

2.1.1 Schéma électrique du circuit



2.1.2 Analyse du circuit

L'ensemble est alimenté par une tension alternative de valeur efficace U et de fréquence 50 Hz. Cette tension se décompose en deux tensions partielles U_R et U_c.

La résistance et le condensateur sont en série; ils sont donc traversés par le **même courant** d'intensité efficace I (indiqué sur le schéma).

$$I_R = I_c = I$$

- La tension aux bornes de la résistance R est en phase avec le courant et $U_R = R \times I$.

- La tension aux bornes du condensateur C est déphasée de $-\pi/2$ avec le courant (retard de T/4) et $U_c = X_c \times I$.

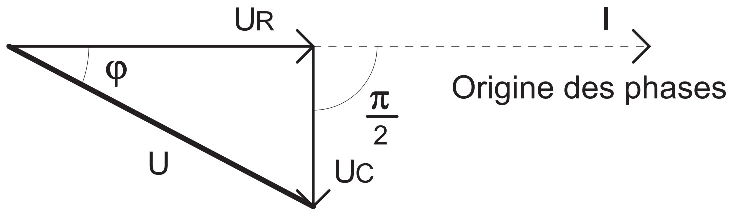
- Les deux tensions partielles sont donc en quadrature.

2.1.3 Construction de Fresnel

Le courant étant commun aux deux éléments, on le choisit comme origine des phases.

Le vecteur $\overrightarrow{U_R}$, de longueur proportionnelle à la résistance R, est porté par la direction de I (en phase).

Le vecteur $\overrightarrow{U_c}$, de longueur proportionnelle à la réactance Xc, est perpendiculaire à la direction de I (déphasé de $-\pi/2$).



Le vecteur $\overrightarrow{U}$, résultante des deux tensions partielles, représente la tension appliquée U. Cette résultante est ici l'hypoténuse du triangle rectangle. Sa longueur est proportionnelle à l'impédance Z.

2.1.4 Exploitation du diagramme de Fresnel

- **Calcul de l'impédance :** appliquons le théorème de Pythagore :

$$U^2 = U_R^2 + U_C^2$$

Or $U = Z \times I$ $\quad U_R = R \times I$ $\quad U_c = X_c \times I$

L'expression précédente devient :

$$(Z \times I)^2 = (R \times I)^2 + (X_c \times I)^2$$

$$Z^2 \times I^2 = R^2 \times I^2 + X_C^2 \times I^2 = (R^2 + X_C^2) \times I^2$$

Simplifions par I^2 :

$$Z^2 = R^2 + X_C^2$$

D'où l'impédance : $\boxed{Z = \sqrt{R^2 + X_c^2}}$

- **Calcul du déphasage** de la tension appliquée par rapport au courant.
L'angle φ est négatif : la tension appliquée est donc en retard sur le courant.
Cet angle est tel que :

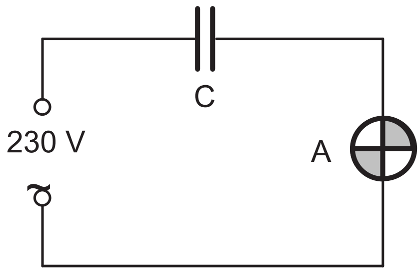
$$|\tan\varphi| = \frac{U_c}{U_R} = \frac{I}{100\pi \times C} \times \frac{1}{R \times I} = \frac{1}{100\pi \times C \times R}$$

ou encore tel que :

$$\cos\varphi = \frac{R}{Z} \qquad \text{et} \qquad |\sin\varphi| = \frac{X_c}{Z}$$

Exercice d'entraînement n° 1

Cet exercice reprend l'expérience décrite au début de la leçon n°11.
Le circuit électrique se compose d'un condensateur C en série avec une ampoule A, tel que représenté ci-dessous.



Rappelons les données :

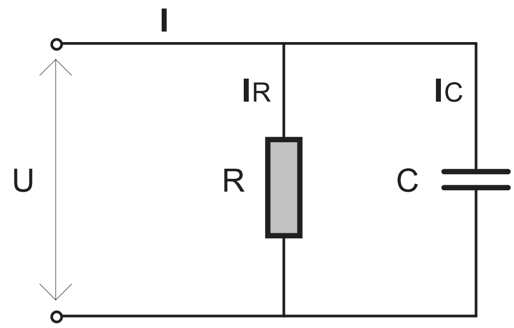
Valeur du condensateur : C = 8,2 µF.
Caractéristiques de l'ampoule lues sur son embase :
U_A = 130 V; P = 60 W;
d'où I # 0,46 A et la résistance à chaud R_A = 282 Ω.

La tension appliquée U est égale à 230 V - 50 Hz.

1 - Calculer la tension Uc aux bornes du condensateur.
2 - Vérifier que la tension appliquée U **n'est pas égale** à la somme arithmétique des tensions partielles Uc et U_A.
3 - Calculer l'impédance Z du circuit en effectuant le rapport U/I.
4 - Recalculer la valeur de Z en appliquant la relation démontrée au chapitre 2.1.4.
5 - Comment peut-on justifier la légère différence entre les deux valeurs de l'impédance Z obtenues ?
6 - Calculer le déphasage φ de la tension appliquée par rapport au courant en utilisant l'une des 3 relations données au chapitre 2.1.4.
7 - Donner en millisecondes la valeur Δt du retard de la tension appliquée par rapport au courant.

2.2 Association parallèle

2.2.1 Schéma électrique du circuit



2.2.2 Analyse du circuit

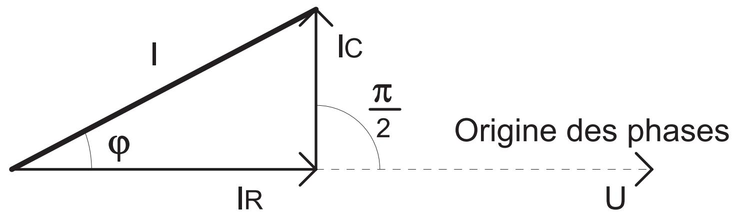
L'ensemble est alimenté par une tension alternative de valeur efficace U et de fréquence 50 Hz.
La résistance et le condensateur sont en parallèle; ils sont donc soumis à la **même tension** U, commune aux deux éléments.

$$U_R = U_c = U$$

Le courant total I se divise en deux courants partiels I_R et I_c.
- Le courant dans la résistance R est en phase avec la tension appliquée et $I_R = U_R/R = U/R$.
- Le courant dans le condensateur C est déphasé de $+\pi/2$ avec la tension appliquée (avance de T/4) et $I_c = U_c/X_c = U/X_c$.
- Les deux courants partiels sont donc en quadrature.

2.2.3 Construction de Fresnel

La tension étant commune aux deux éléments, on la choisit comme origine des phases.
Le vecteur $\overrightarrow{I_R}$, de longueur proportionnelle à l'inverse de la résistance R, est porté par la direction de U (en phase).
Le vecteur $\overrightarrow{I_C}$, de longueur proportionnelle à l'inverse de la réactance Xc, est perpendiculaire à la direction de U (déphasé de $+\pi/2$).



Le vecteur $\overrightarrow{I}$, résultante des deux courants partiels, représente le courant total I. Cette résultante est ici l'hypoténuse du triangle rectangle. Sa longueur est proportionnelle à l'inverse de l'impédance Z.

2.2.4 Exploitation du diagramme de Fresnel

- **Calcul de l'impédance :** appliquons le théorème de Pythagore :

$$I^2 = I_R^2 + I_C^2 \qquad \text{Or} \qquad I = \frac{U}{Z} \qquad I_R = \frac{U}{R} \qquad I_C = \frac{U}{X_C}$$

L'expression précédente devient :

$$\left(\frac{U}{Z}\right)^2 = \left(\frac{U}{R}\right)^2 + \left(\frac{U}{X_C}\right)^2$$

Simplifions par U^2 :

$$\frac{1}{Z^2} = \frac{1}{R^2} + \frac{1}{X_c^2} \qquad \text{on déduit :} \quad Z^2 = \frac{R^2 \times X_c^2}{R^2 + X_c^2}$$

D'où l'impédance :

$$\boxed{Z = \sqrt{\frac{R^2 \times X_c^2}{R^2 + X_c^2}} = \frac{R \times X_c}{\sqrt{R^2 + X_c^2}}}$$

- **Calcul du déphasage** du courant total par rapport à la tension appliquée :

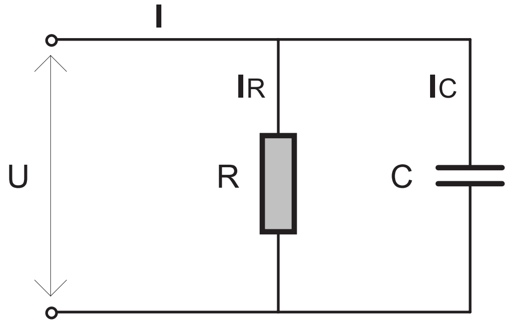
L'angle φ est positif : le courant total est donc en avance sur la tension appliquée. Cet angle est tel que :

$$\tan\varphi = \frac{I_C}{I_R} = (100\pi \times C \times U) \times \frac{R}{U} = 100\pi \times C \times R$$

ou encore tel que :

$$\cos\varphi = \frac{Z}{R} \qquad \text{et} \qquad \sin\varphi = \frac{Z}{X_C}$$

Exercice d'entraînement n° 2

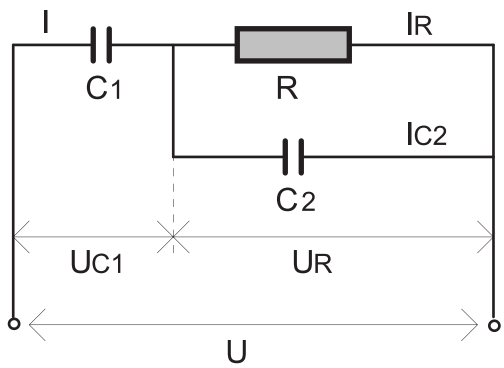


$R = 12\ \Omega$ $C = 330\ \mu F$ $U = 24\ V - 50\ Hz$

1 - Calculer le courant I_R circulant dans la résistance.
2 - Calculer le courant I_c circulant dans le condensateur.
3 - Calculer le courant total I et vérifier qu'il **n'est pas égal** à la somme arithmétique des courants partiels I_R et I_c.
4 - Calculer l'impédance Z du circuit en effectuant le rapport U/I.
5 - Recalculer la valeur de Z en appliquant la relation démontrée au chapitre 2.2.4.
6 - Calculer le déphasage φ du courant total par rapport à la tension appliquée en utilisant l'une des 3 relations données au chapitre 2.2.4.
7 - Donner en millisecondes la valeur Δt de l'avance du courant total par rapport à la tension appliquée.

2.3 Problème traité

On se propose de déterminer, à l'aide de l'outil de Fresnel, l'impédance du circuit ci-dessous :



$R = 100\ \Omega$ $C_1 = 53\ \mu F$ $C_2 = 24\ \mu F$

$F = 50\ Hz$ $I_R = 0,4\ A$

1ère étape :
- Isolons la portion de circuit contenant R et C_2.
C'est un circuit parallèle, donc $U_{C2} = U_R$ et la somme vectorielle des courants dérivées I_R et I_{C2} donne le courant total I qui traverse C_1.

- Calculons U_R et I_{C2} :

$U_R = R \times I_R = 100 \times 0{,}4 = 40$ V

$I_{C2} = U_{C2} / X_{C2}$ or $U_{C2} = U_R$

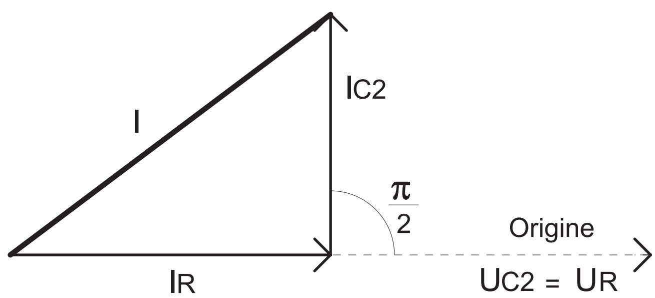
$I_{C2} = U_R \times 100\pi \times C_2 = 40 \times 100\pi \times 24.10^{-6} = 0{,}3$ A

- Traçons le diagramme de Fresnel sachant que I_R est en phase avec U_R et que I_{C2} est déphasé de $+\pi/2$ avec cette même tension.

échelles : 0,1 A par division et 5 V par division

(Attention : une division ne mesure pas un centimètre)

Diagramme des courants



La mesure du vecteur I donne 5 divisions soit :

$I = 0{,}1$ A/div. $\times$ 5 div. $= 0{,}5$ A

La relation de Pythagore donne ce résultat sans calcul (rapport 3,4,5).

2ème étape :
Le condensateur C_1 est en série avec la portion de circuit (R et C_2) étudiée à la 1ère étape.

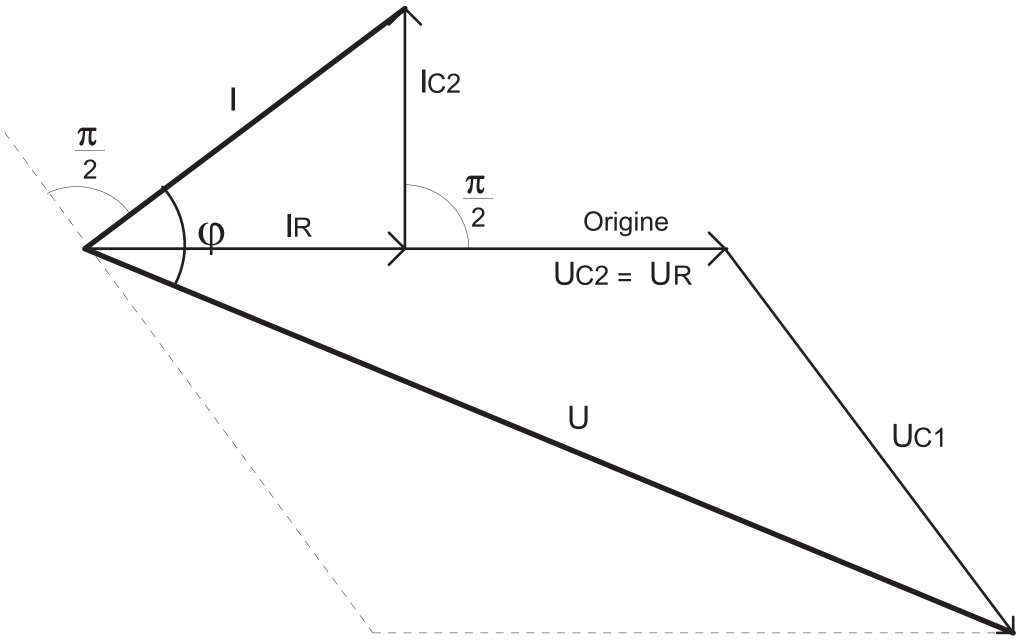
- Calculons U_{C1} :

$$U_{C1} = X_{C1} \times I = \frac{I}{100\pi \times C_1} = \frac{0{,}5}{100\pi \times 53.10^{-6}} = 30 \text{ V}$$

La tension U_{C1} est déphasée de $-\pi/2$ par rapport au courant I.

Diagramme des tensions

- Reportons U_{C1}, dont la direction est perpendiculaire à I, à l'extrémité du vecteur U_R. La résultante donne la tension d'alimentation U.



La mesure du vecteur U donne environ 12,6 divisions soit :

$U = 5\ V/div. \times 12{,}6\ div. = 63\ V$

3ème étape :

Calcul de l'impédance du circuit :

$$Z = \frac{U}{I} = \frac{63}{0{,}5} = 126\ \Omega$$

Remarque :
Afin d'alléger la typographie nous avons volontairement omis les flèches sur les lettres U et I lorsque celles-ci représentent un vecteur.

2.4 Conclusion sur le déphasage

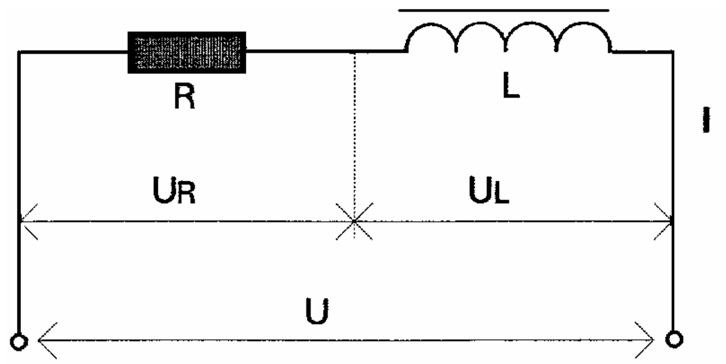
De tous les circuits étudiés précédemment, ne comportant que des résistances et des condensateurs, il ressort de l'observation du déphasage φ que le courant total I est toujours en avance sur la tension appliquée U. Cette constatation illustre une loi générale des circuits R - C.

3 RESISTANCE ET BOBINE

3.1 Association série

3.1.1 Schéma électrique du circuit

La bobine réelle, comme nous l'avons vu précédemment, est toujours l'association d'une self pure L et d'une résistance propre R_L.
Pour simplifier l'étude plaçons-nous initialement dans le cas théorique où $R_L = 0\ \Omega$.



3.1.2 Analyse du circuit

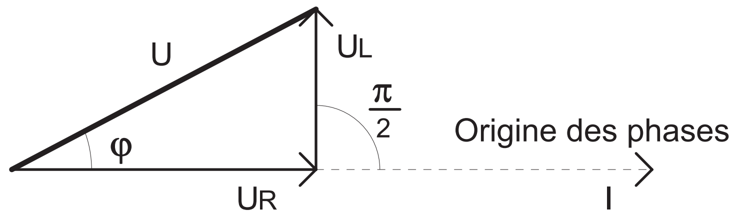
L'ensemble est alimenté par une tension alternative de valeur efficace U et de fréquence 50 Hz. Cette tension se décompose en deux tensions partielles U_R et U_L.
La résistance et la bobine sont en série; elles sont donc traversées par le **même courant** d'intensité efficace I (indiqué sur le schéma).

$$I_R = I_L = I$$

- La tension aux bornes de la résistance R est en phase avec le courant et $U_R = R \times I$.
- La tension aux bornes de la bobine L, supposée parfaite, est déphasée de $+\pi/2$ avec le courant (avance de T/4) et $U_L = X_L \times I$.
- Les deux tensions partielles sont donc en quadrature.

3.1.3 Construction de Fresnel

Le courant étant commun aux deux éléments, on le choisit comme origine des phases.
Le vecteur $\overrightarrow{U_R}$, de longueur proportionnelle à la résistance R, est porté par la direction de I (en phase).
Le vecteur $\overrightarrow{U_L}$, de longueur proportionnelle à la réactance X_L, est perpendiculaire à la direction de I (déphasé de $+\pi/2$).



Le vecteur $\overrightarrow{U}$, résultante des deux tensions partielles, représente la tension appliquée U. Cette résultante est ici l'hypoténuse du triangle rectangle. Sa longueur est proportionnelle à l'impédance Z.

3.1.4 Exploitation du diagramme de Fresnel

- **Calcul de l'impédance :** appliquons le théorème de Pythagore :

$$U^2 = U_R{}^2 + U_L{}^2$$

Or $U = Z \times I$ $\quad U_R = R \times I$ $\quad U_L = X_L \times I$

L'expression précédente devient :

$$(Z \times I)^2 = (R \times I)^2 + (X_L \times I)^2$$

$$Z^2 \times I^2 = R^2 \times I^2 + X_L{}^2 \times I^2 = (R^2 + X_L{}^2) \times I^2$$

Simplifions par I^2 :

$$Z^2 = R^2 + X_L{}^2$$

D'où l'impédance : $\boxed{Z = \sqrt{R^2 + X_L{}^2}}$

- **Calcul du déphasage** de la tension appliquée par rapport au courant.

L'angle φ est positif : la tension appliquée est donc en avance sur le courant.

Cet angle est tel que :

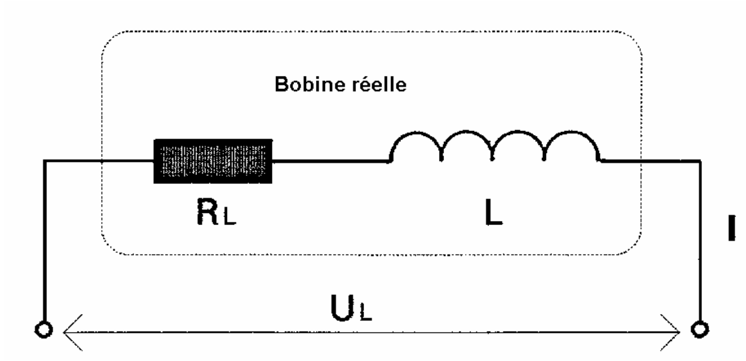
$$\tan\varphi = \frac{U_L}{U_R} = 100\pi \times L \times I \times \frac{1}{R \times I} = \frac{100\pi \times L}{R}$$

ou encore tel que :

$$\cos\varphi = \frac{R}{Z} \qquad \text{et} \qquad \sin\varphi = \frac{X_L}{Z}$$

3.1.5 Impédance d'une bobine réelle

Le schéma équivalent d'une bobine réelle est l'association série de R_L (résistance propre) et de L (self pure). Ces deux éléments sont bien sûr indissociables et on ne peut donc pas accéder aux mesures des tensions partielles.

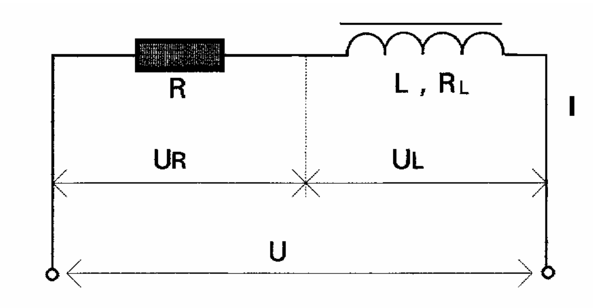


Ce schéma est semblable à celui du chapitre 3.1.1. En alternatif toute bobine réelle se comporte donc comme une impédance telle que :

$$Z_L = \frac{U_L}{I} = \sqrt{R_L^2 + X_L^2}$$

Exercice d'entraînement n° 3

Un circuit électrique se compose d'une bobine réelle en série avec une résistance, tel que représenté ci-dessous.



Bobine : L = 743 mH $\quad$ R_L = 60 Ω
Résistance : R = 220 Ω

1 - Déterminer, à l'aide de la construction de Fresnel, quelle tension alternative U (à 50 Hz) il faut appliquer au bornes du circuit pour que celui-ci soit parcouru par un courant I de 0,6 A ?

2 - Quelle est alors la tension U_L aux bornes de la bobine réelle ?

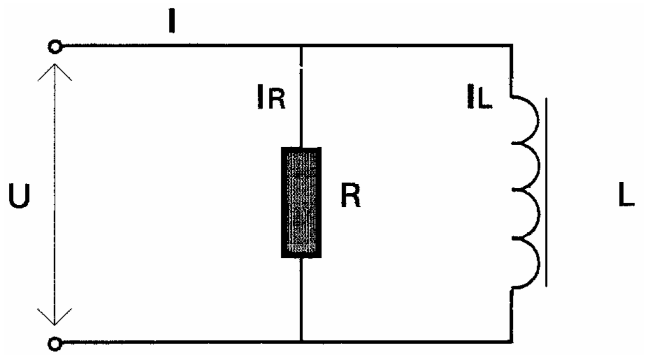
3 - Déduire ou calculer l'impédance Z_L de la bobine réelle.

4 - Calculer l'impédance Z du circuit.

3.2 Association parallèle

3.2.1 Schéma électrique du circuit

Comme précédemment, pour simplifier l'étude, plaçons-nous dans le cas théorique où $R_L = 0\ \Omega$ (bobine parfaite).



3.2.2 Analyse du circuit

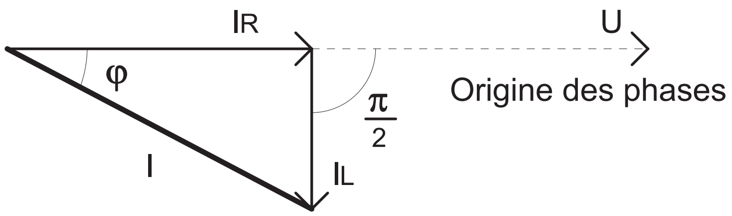
L'ensemble est alimenté par une tension alternative de valeur efficace U et de fréquence 50 Hz.
La résistance et la bobine parfaite sont en parallèle; elles sont donc soumises à la **même tension** U, commune aux deux éléments.

$$U_R = U_L = U$$

Le courant total I se divise en deux courants partiels I_R et I_L.
- Le courant dans la résistance R est en phase avec la tension appliquée et $I_R = U_R/R = U/R$.
- Le courant dans la bobine parfaite L est déphasé de $-\pi/2$ avec la tension appliquée (retard de T/4) et $I_L = U_L/X_L = U/X_L$.
- Les deux courants partiels sont donc en quadrature.

3.2.3 Construction de Fresnel

La tension étant commune aux deux éléments, on la choisit comme origine des phases.
Le vecteur $\overrightarrow{I_R}$, de longueur proportionnelle à l'inverse de la résistance R, est porté par la direction de U (en phase).
Le vecteur $\overrightarrow{I_L}$, de longueur proportionnelle à l'inverse de la réactance X_L, est perpendiculaire à la direction de U (déphasé de $-\pi/2$).



Le vecteur $\overrightarrow{I}$, résultante des deux courants partiels, représente le courant total I. Cette résultante est ici l'hypoténuse du triangle rectangle. Sa longueur est proportionnelle à l'inverse de l'impédance Z.

3.2.4 Exploitation du diagramme de Fresnel

- **Calcul de l'impédance :** appliquons le théorème de Pythagore :

$$I^2 = I_R^2 + I_L^2 \qquad \text{Or} \qquad I = \frac{U}{Z} \qquad I_R = \frac{U}{R} \qquad I_L = \frac{U}{X_L}$$

L'expression précédente devient :

$$\left(\frac{U}{Z}\right)^2 = \left(\frac{U}{R}\right)^2 + \left(\frac{U}{X_L}\right)^2$$

Simplifions par U^2 :

$$\frac{1}{Z^2} = \frac{1}{R^2} + \frac{1}{X_L^2} \qquad \text{on déduit :} \quad Z^2 = \frac{R^2 \times X_L^2}{R^2 + X_L^2}$$

D'où l'impédance :

$$\boxed{Z = \sqrt{\frac{R^2 \times X_L^2}{R^2 + X_L^2}} = \frac{R \times X_L}{\sqrt{R^2 + X_L^2}}}$$

- **Calcul du déphasage** du courant total par rapport à la tension appliquée :

L'angle φ est négatif : le courant total est donc en retard sur la tension appliquée. Cet angle est tel que :

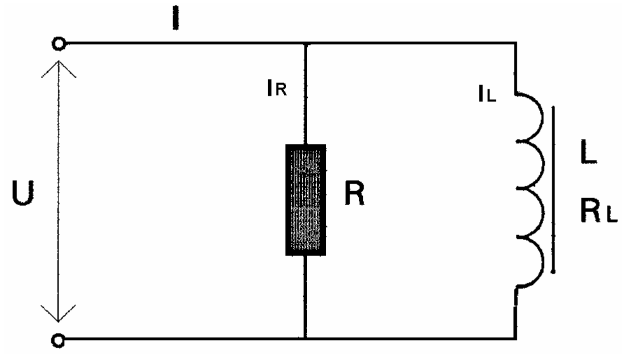
$$|\tan\varphi| = \frac{I_L}{I_R} = \frac{U}{100\pi \times L} \times \frac{R}{U} = \frac{R}{100\pi \times L}$$

ou encore tel que :

$$\cos\varphi = \frac{Z}{R} \qquad \text{et} \qquad |\sin\varphi| = \frac{Z}{X_L}$$

Exercice d'entraînement n° 4

Un circuit électrique se compose d'une bobine réelle en parallèle avec une résistance, tel que représenté ci-dessous.



Bobine : $L = 0{,}4$ H $R_L = 25\ \Omega$
Résistance : $R = 167\ \Omega$

Le courant I_L dans la bobine réelle est de 0,4 A.

1 - Calculer la réactance X_L de la bobine.
2 - Calculer l'impédance Z_L de la bobine.
3 - Calculer les deux tensions partielles U_{RL} et U_{XL} dont la mesure est évidemment inaccessible.
4 - En choisissant I_L comme origine des phases, construire le diagramme de Fresnel élémentaire et déterminer la tension appliquée U.

Echelle des courants : 50 mA/division
Echelle des tensions : 10 V/division

5 - Calculer I_R. Compléter le diagramme précédent et déterminer le courant total I.
6 - Calculer l'impédance Z du circuit. Vérifier que Z est inférieure à Z_L.
7 - Mesurer, à l'aide d'un rapporteur, l'angle φ correspondant au retard du courant total sur la tension appliquée.

3.3 Conclusion sur le déphasage

De tous les circuits étudiés précédemment, ne comportant que des résistances et des bobines, il ressort de l'observation du déphasage φ que le courant total I est toujours en retard sur la tension appliquée U. Cette constatation illustre une loi générale des circuits R - L.

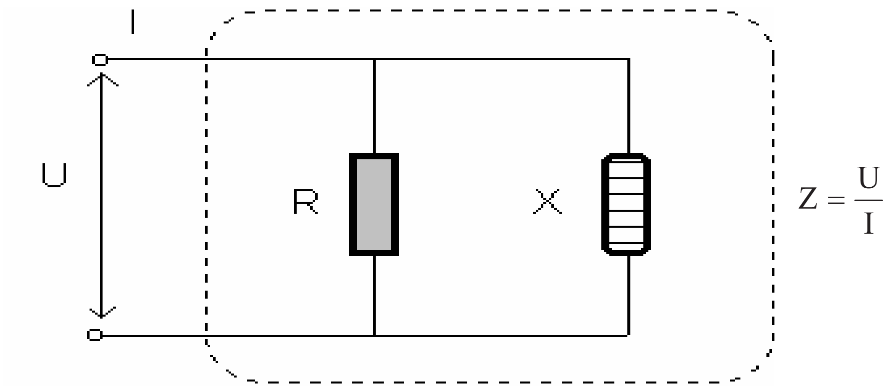
4 PUISSANCE EN ALTERNATIF

4.1 Rappels

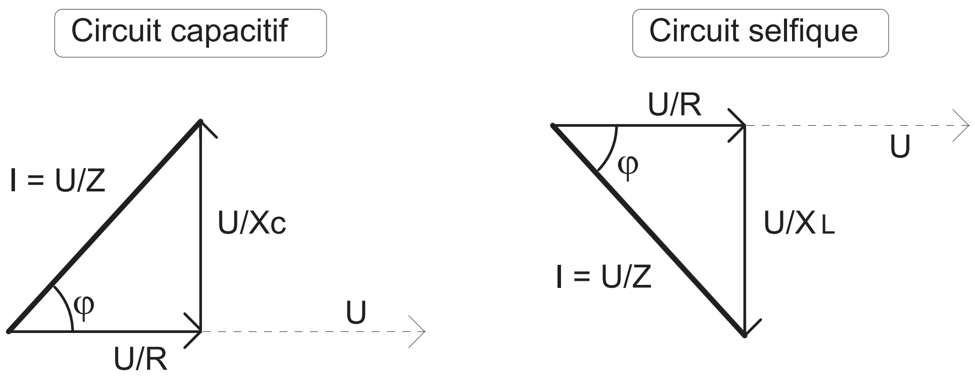
A la leçon précédente, nous avons conclu que la puissance consommée par un condensateur ou par une bobine parfaite est nulle. Cela tient au fait que dans ces deux cas le décalage entre le courant et la tension est de ±T/4. Ce décalage correspond à un déphasage de ±90°, autrement dit , courant et tension sont en quadrature.
Dans tous les circuits que nous venons d'étudier dans cette nouvelle leçon, nous avons constaté un déphasage $|\varphi|$ inférieur à 90° entre le courant total et la tension appliquée.

4.2 Schéma équivalent d'une installation électrique

Toute installation alimentée en alternatif, ne contenant que des éléments résistifs, des condensateurs et des bobinages, peut toujours être représentée par le schéma équivalent ci-dessous. Celui-ci se compose d'une résistance équivalente, notée R, et d'une réactance équivalente, notée X, associées en parallèle.



Le diagramme de Fresnel qui permet de faire la somme des courants partiels est, suivant le cas, l'un de ceux représentés ci-dessous :



Remarque : Un schéma équivalent du type série aurait pu être choisi.

4.3 Définitions

Appelons U la tension d'alimentation et **I** le **courant fourni**.

4.3.1 Puissance apparente

La puissance apparente a été évoquée à la leçon précédente. Elle se note S et a pour définition :

$$\boxed{S = U \times I}$$

S - s'exprime en voltampères (VA).

Si Z est l'impédance du circuit envisagé, on peut remplacer I par le rapport U/Z. La puissance apparente s'exprime alors par la relation :

$$S = \frac{U^2}{Z}$$

Rappelons que cette puissance n'a pas de réalité physique.

4.3.2 Puissance active

La puissance active correspond à l'énergie par unité de temps **réellement** consommée. Elle se note P et a pour définition :

$$\boxed{P = U \times I \times \cos\varphi = S \times \cos\varphi}$$

P - s'exprime en watts (W).

L'énergie active ($W = P \times t$) englobe le travail des moteurs, l'énergie calorifique ... etc. Rappelons que seule l'énergie active est totalisée par le compteur électrique domestique et donc facturée.

4.3.3 Puissance réactive

La puissance réactive se note Q et a pour définition :

$$\boxed{Q = U \times I \times \sin\varphi = S \times \sin\varphi}$$

Q - s'exprime en voltampères réactifs (VAR).

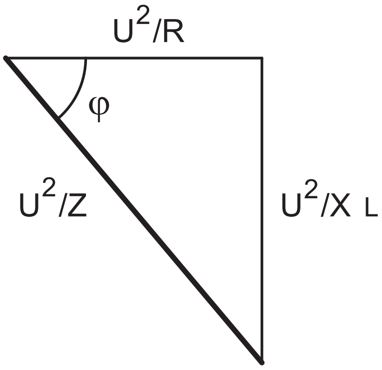
Si X est la réactance équivalente du circuit envisagé (selfique ou capacitif), elle s'exprime encore par l'expression :

$$Q = \frac{U^2}{X}$$

La puissance réactive correspond à de l'énergie alternativement fournie et restituée. Le réseau la délivre mais l'utilisateur la lui rend intégralement. Le bilan est nul, le compteur domestique n'enregistre rien.

4.4 Triangle des puissances

Les installations électriques, qu'elles soient domestiques ou industrielles, sont généralement de type inductif (présence de moteurs et transformateurs ....). A partir du diagramme de Fresnel simplifié du circuit selfique (chapitre 4.2), multiplions les 3 courants par la tension U.



Le triangle rectangle obtenu conserve l'angle φ, déphasage entre le courant et la tension appliquée, et illustre les définitions précédentes. En effet les 3 côtés du triangle représentent successivement :

- la puissance apparente $S = U^2/Z$ (hypoténuse);
- la puissance active $P = U^2/R = S \times \cos\varphi$ (côté horizontal);
- la puissance réactive $Q = U^2/X = S \times \sin\varphi$ (côté vertical).

4.5 Facteur de puissance

Le rapport entre la puissance active et la puissance apparente est appelé **facteur de puissance**.

De la relation $P = S \times \cos\varphi$ on tire :

$$\boxed{\frac{P}{S} = \cos\varphi}$$

Les distributeurs d'énergie électrique (E.D.F ou autres) souhaitent que la puissance réactive des installations soit minimale. En effet celle-ci correspond à de l'énergie, transportée inutilement, qui entraîne des pertes en ligne non facturées. Le triangle de puissance permet de conclure que pour minimiser la puissance réactive Q il faut réduire le déphasage φ donc augmenter le facteur de puissance cos φ.

Lorsqu'une installation industrielle présente un rapport Q/P qui dépasse 40%, le distributeur pénalise l'abonné par une "surfacturation".

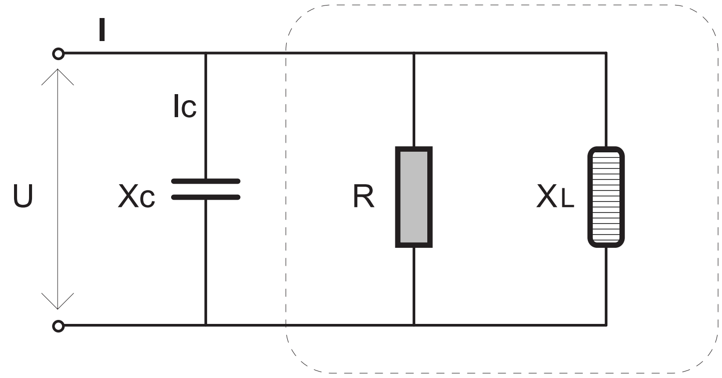
Le seuil de 40% correspond à $\tan\varphi = 0{,}4$ soit un facteur de puissance $\cos\varphi$ voisin de 0,93.

4.6 Réduction de la puissance réactive

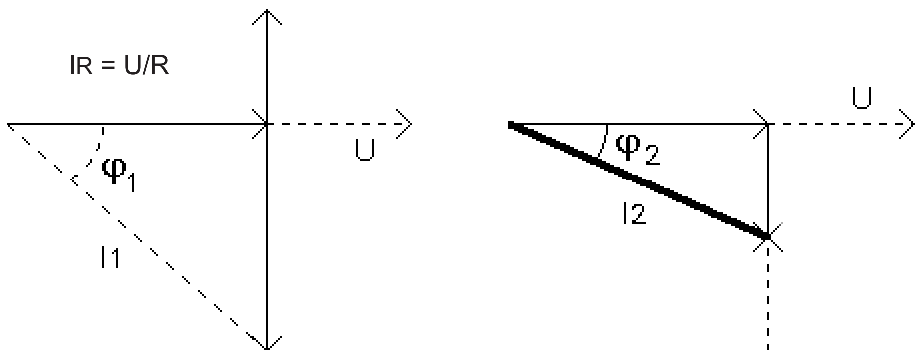
La puissance réactive, indésirable, est d'origine essentiellement inductive.

$$Q = \frac{U^2}{X_L} = U \times \frac{U}{X_L} = U \times I_L$$

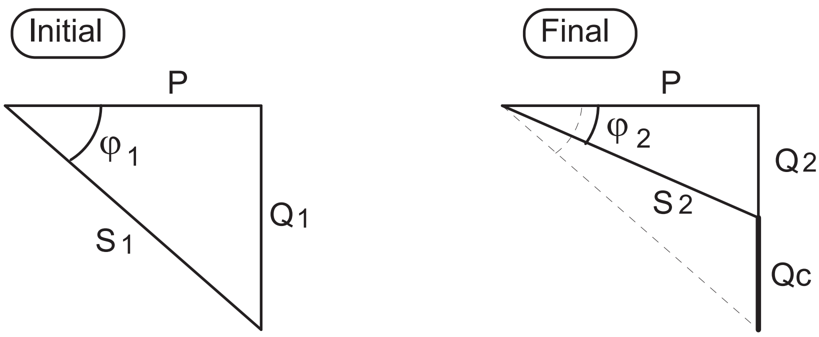
Afin de minimiser celle-ci, on oppose à la réactance selfique X_L une réactance capacitive X_C par l'adjonction de condensateurs, dits de compensation, en parallèle sur l'installation.



Construisons le diagramme de Fresnel en remarquant que le courant I_C est déphasé de +90° par rapport à la tension appliquée U alors que le courant I_L est déphasé de –90°. Ces deux courants sont directement opposés donc I_C se soustrait arithmétiquement de I_L.



Triangles des puissances :



La présence du condensateur de compensation a permis :

- de réduire le courant total fourni I ($I_2 < I_1$).
- et d'augmenter le cos φ ($\varphi_2 < \varphi_1$).

La nouvelle énergie réactive est telle que :

$$Q_2 = Q_1 - Q_c$$

avec $$Q_c = \frac{U^2}{X_c} = 100\pi \times C \times U^2$$

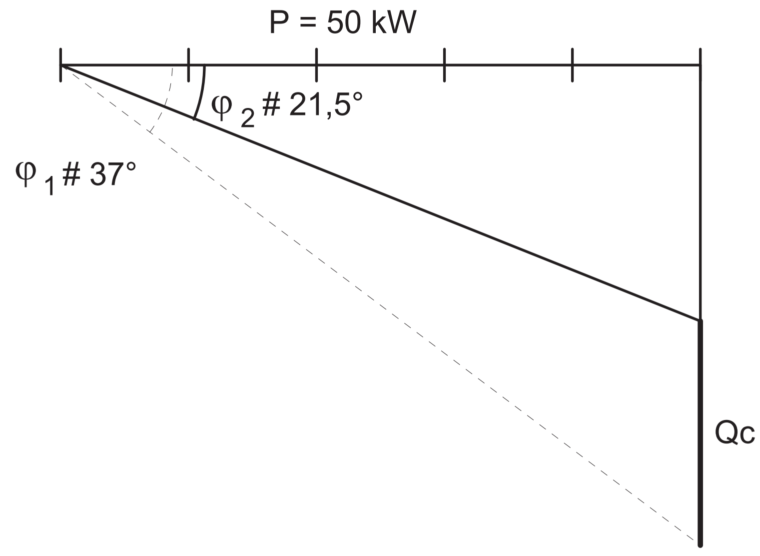
4.7 Valeur du condensateur de compensation

4.7.1 Problème traité

Une installation alimentée sous 230 V - 50 Hz consomme une puissance active P de 50 kW et présente un facteur de puissance de 0,8.
On se propose de calculer la valeur du condensateur C à câbler aux bornes de l'installation pour ramener le facteur de puissance à 0,93 afin de supprimer les pénalités.

- Calcul de φ_1 : cos $\varphi_1 = 0,8$ entraîne φ_1 # 37°
- Calcul de φ_2 : cos $\varphi_2 = 0,93$ entraîne φ_2 # 21,5°

Construisons le triangle des puissances à l'aide d'une règle et d'un rapporteur d'angle. Echelles : 10 kW et 10kVAR par division.



- La mesure de Qc donne 1,75 divisions soit :

$$Q_c = 1,75 \text{ div.} \times 10 \text{ kVAR/div.} = 17,5 \text{ kVAR}$$

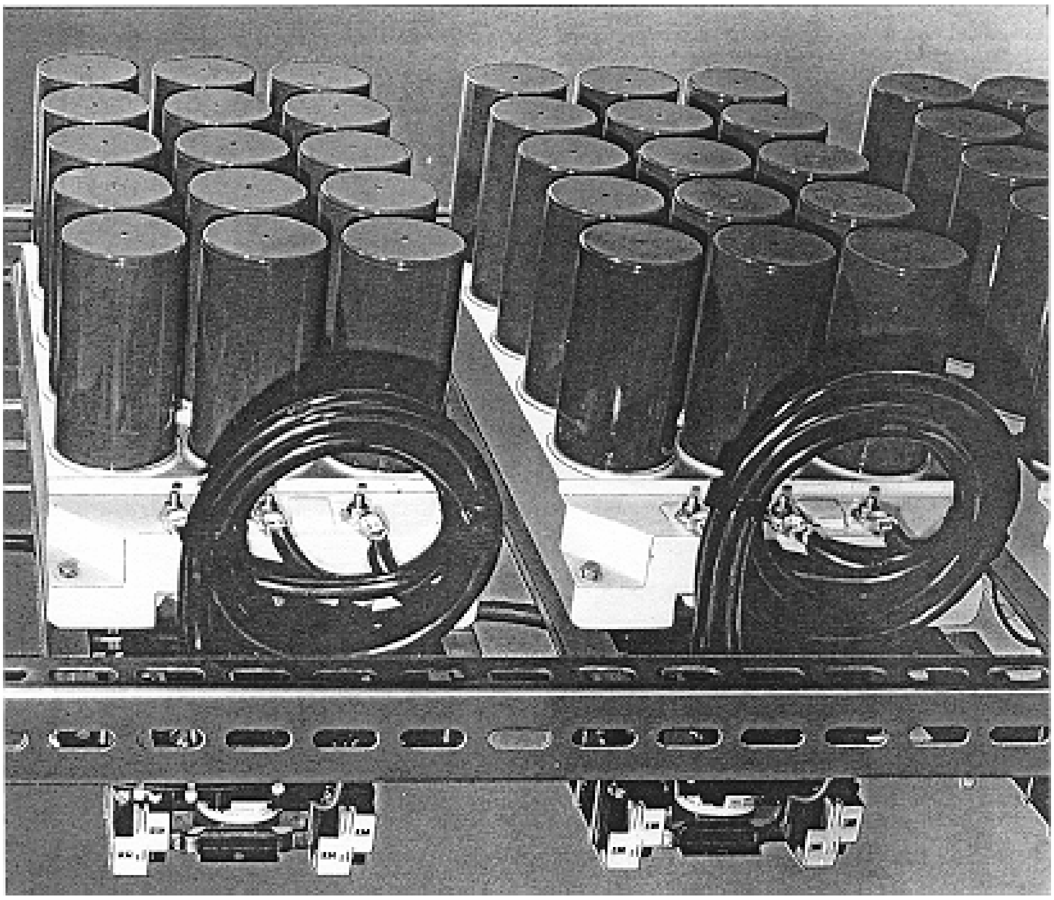
d'où $$C = \frac{Q_c}{100\pi \times U^2} = \frac{17,5.10^3}{100\pi \times (230)^2} = 1,05.10^{-3} \text{ F \# } 1000\ \mu\text{F}$$

4.7.2 Commentaires

- Le condensateur de compensation doit pouvoir supporter une tension égale à 230 x $\sqrt{2}$ = 325 V, valeur maximale U_{max} de la tension d'alimentation. Dans la pratique, on ne sait pas fabriquer de condensateurs de forte valeur et capables de supporter des tensions de plusieurs centaines de volts. On réalise donc celui-ci par une association parallèle de condensateurs de valeur plus petite capables de supporter chacun au moins 400 V (tension de service).

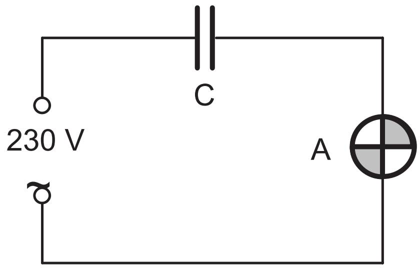
- Les pertes en lignes sont dues à l'effet Joule dans la résistance Rf des fils de transport de l'énergie. Elles se manifestent essentiellement entre le poste de transformation et le compteur de l'abonné (réseau basse tension). Les condensateurs de compensation, en minimisant la puissance réactive, permettent de réduire le courant total fourni (I_2 est inférieur à I_1). Les pertes passent donc de $Rf \times I_1^2$ à $Rf \times I_2^2$.

- E.D.F. impose un compteur d'énergie réactive aux gros consommateurs d'électricité. Ceux-ci sont généralement alimentés par le réseau triphasé 400V - 50 Hz.



CORRIGE DES EXERCICES D'ENTRAINEMENT

Exercice d'entraînement n° 1



U = 230 V - 50 Hz;
Condensateur : C = 8,2 µF;
Ampoule : UA = 130 V; P = 60 W;
I # 0,46 A;
Résistance à chaud RA= 282 Ω.

1 - Calcul de la tension Uc aux bornes du condensateur :

$$Uc = \frac{I}{100\pi \times C} = \frac{0{,}46}{100\pi \times 8{,}2.10^{-6}} \# 180 \text{ V}$$

2 - Somme arithmétique des tensions partielles Uc et UA :

Uc + UA = 180 + 130 = 310 V

Cette tension est très différente de la tension U qui vaut 230 V.
Les tensions partielles **ne s'ajoutent pas** arithmétiquement !!!

3 - Premier calcul de l'impédance du circuit :

$$Z = \frac{U}{I} \# \frac{230}{0{,}46} = 500\ \Omega$$

4 - Deuxième calcul de l'impédance :

Calcul de la réactance du condensateur :

$$Xc = \frac{1}{100\pi \times C} = \frac{1}{100\pi \times 8{,}2.10^{-6}} = 388\ \Omega$$

Impédance du circuit :

$$Z = \sqrt{R_A^2 + X_c^2} = \sqrt{(282)^2 + (388)^2} = 480\ \Omega$$

5 - La légère différence (4%) entre les deux valeurs de l'impédance Z obtenues est due surtout au manque de précision sur la valeur de I.

6 - Calcul du déphasage φ de la tension par rapport au courant :

$$|\tan\varphi| = \frac{1}{100\pi \times C \times R} = \frac{1}{100\pi \times 8{,}2.10^{-6} \times 282} = 1{,}38$$

d'où $|\varphi|$ = 54°

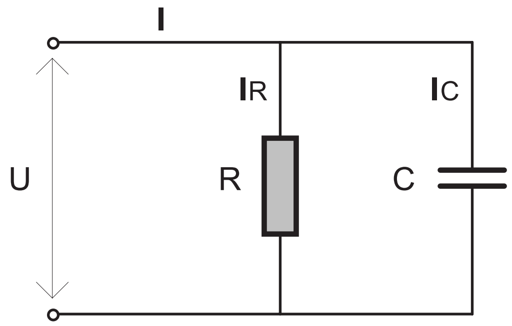
Le circuit est capacitif; la tension est donc en retard sur le courant.

L'angle est négatif et φ = –54°.

7 - Calcul du retard Δt de la tension appliquée par rapport au courant.

$$\Delta t = T \times \frac{\varphi}{360} = 20 \times \frac{54}{360} = 3 \text{ ms}$$

Exercice d'entraînement n° 2



R = 12 Ω

C = 330 µF

U = 24 V - 50 Hz

1 - Calcul du courant I_R circulant dans la résistance :

$$I_R = \frac{U}{R} = \frac{24}{12} = 2 \text{ A}$$

2 - Calcul du courant Ic circulant dans le condensateur :

$$I_c = 100\pi \times C \times U = 100\pi \times 330.10^{-6} \times 24 = 2{,}49 \text{ A}$$

3 - Calcul du courant total I :

$$I = \sqrt{I_R^2 + I_c^2} = \sqrt{2^2 + 2{,}49^2} = 3{,}19 \text{ A}$$

alors que $I_R + I_c = 2 + 2{,}49 = 4{,}49$ A

Le courant total **n'est pas égal** à la somme arithmétique des courants partiels I_R et Ic !!!

4 - Calcul de l'impédance Z du circuit :

$$Z = \frac{U}{I} = \frac{24}{3{,}19} = 7{,}52\ \Omega$$

5 - Deuxième calcul de l'impédance du circuit :

Calcul de la réactance du condensateur :

$$Xc = \frac{1}{100\pi \times C} = \frac{1}{100\pi \times 330.10^{-6}} = 9{,}65\ \Omega$$

Impédance du circuit :

$$Z = \frac{R \times Xc}{\sqrt{R^2 + Xc^2}} = \frac{12 \times 9{,}65}{\sqrt{12^2 + 9{,}65^2}} = 7{,}52\ \Omega$$

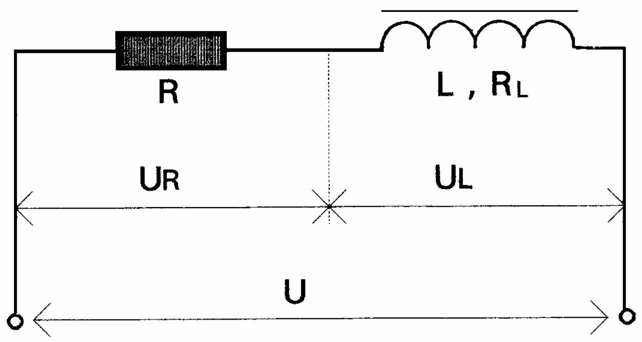
6 - Calcul du déphasage du courant par rapport à la tension :

$$\cos\varphi = \frac{Z}{R} = \frac{7{,}52}{12} = 0{,}627 \qquad \text{d'où } \varphi \# 51°$$

7 - Calcul de l'avance du courant total par rapport à la tension :

$$\Delta t = T \times \frac{\varphi}{360} = 20 \times \frac{51}{360} = 2{,}83\ \text{ms}$$

Exercice d'entraînement n° 3



Bobine : L = 743 mH

R_L = 60 Ω

Résistance : R = 220 Ω

1 - Calcul des tensions partielles :

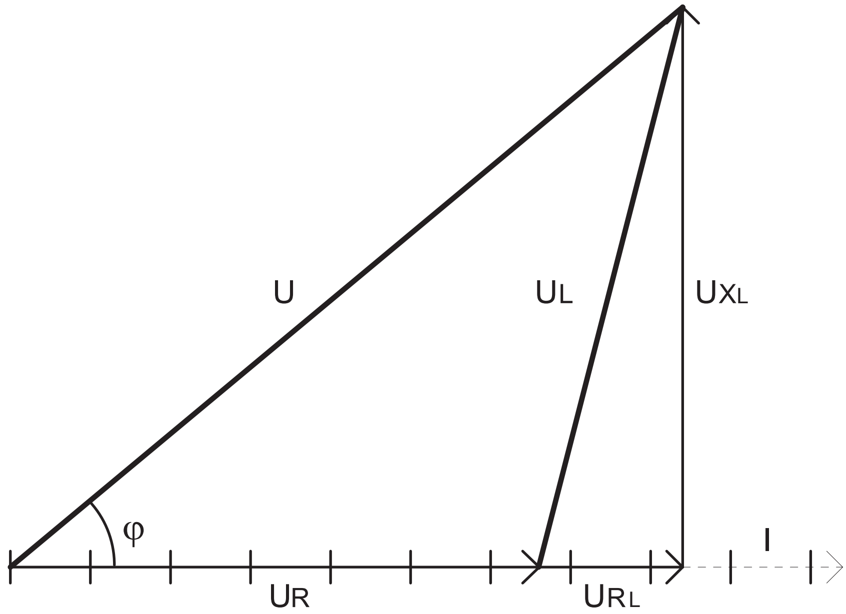
$U_R = R \times I = 220 \times 0{,}6 = 132$ V

$U_{RL} = R_L \times I = 60 \times 0{,}6 = 36$ V

$U_{XL} = 100\pi \times L \times I = 100\pi \times 0{,}743 \times 0{,}6 = 140$ V

Remarque :
U_{RL} et U_{XL} ne sont pas accessibles à la mesure

Construction de Fresnel



La mesure de U donne environ 11 divisions, d'où :

U # 11 div x 20 V/div. = 220 V

2 - La mesure de U_L donne environ 7,2 divisions, d'où :

U_L # 7,2 div x 20 V/div. = 144 V

3 - Calcul de l'impédance Z_L de la bobine réelle :

a - $Z_L = \frac{U_L}{I} = \frac{144}{0,6} = 240\ \Omega$

b- La réactance de la bobine vaut :

$X_L = 100\pi \times L = 100\pi \times 0,743$ # $233\ \Omega$

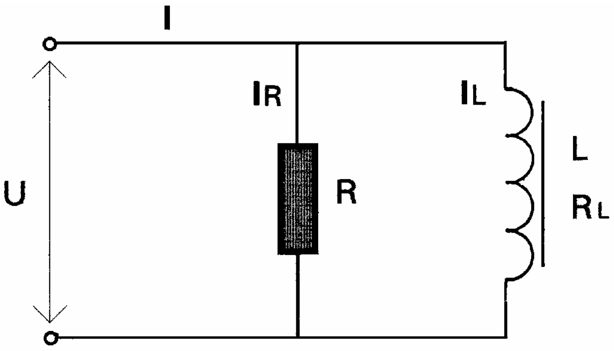
$Z_L = \sqrt{R_L^2 + X_L^2} = \sqrt{60^2 + 233^2}$ # $240\ \Omega$

4 - Calcul de l'impédance Z du circuit :

a - $Z = \frac{U}{I} = \frac{218}{0,6}$ # $363\ \Omega$

b- $Z = \sqrt{(R + R_L)^2 + X_L^2} = \sqrt{280^2 + 233^2}$ # $364\ \Omega$

Exercice d'entraînement n° 4



Bobine : $L = 400$ mH

$R_L = 25\ \Omega$

Résistance : $R = 167\ \Omega$

Le courant I_L dans la bobine réelle est de 0,4 A.

1 - Calcul de la réactance X_L de la bobine :

$$X_L = 100\pi \times L = 100\pi \times 0{,}4 \# 126\ \Omega$$

2 - Calcul de l'impédance Z_L de la bobine :

$$Z_L = \sqrt{R_L^2 + X_L^2} = \sqrt{25^2 + 126^2} \# 130\ \Omega$$

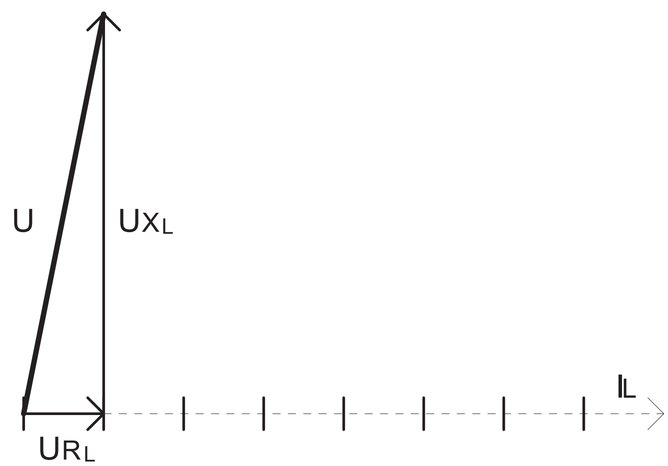
3 - Calcul des deux tensions partielles U_{RL} et U_{XL} :

$$U_{RL} = R_L \times I_L = 25 \times 0{,}4 = 10\ V$$

$$U_{XL} = X_L \times I_L = 126 \times 0{,}4 \# 50\ V$$

4 - Diagramme de Fresnel :

Echelle des courants : 50 mA/division
Echelle des tensions : 10 V/division

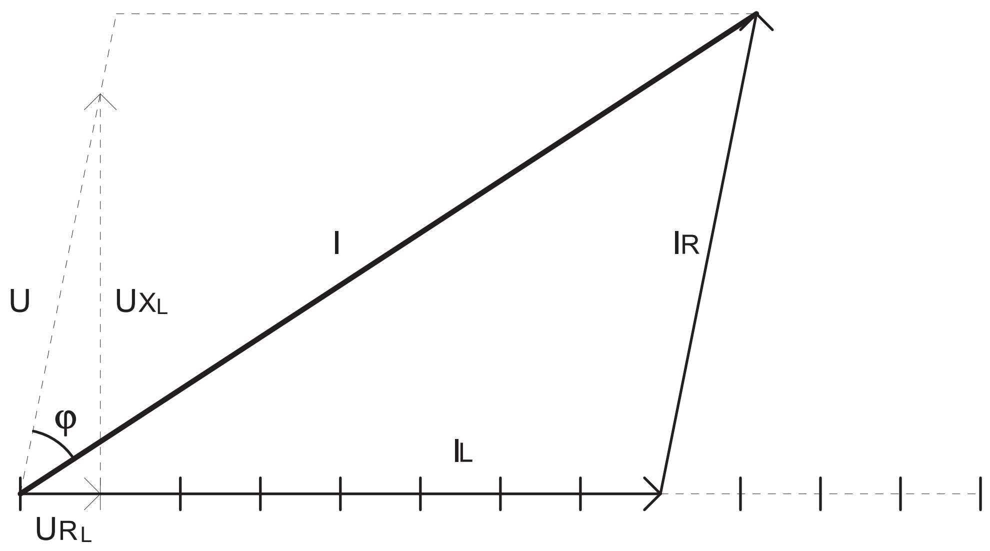


La mesure de U donne environ 5,1 divisions d'où :

$$U = 5{,}1 \text{ div.} \times 10\text{V/div.} = 51\ V$$

5 - Calcul de I_R :

$$I_R = \frac{U}{R} = \frac{51}{167} \# 0{,}305 \text{ A}$$



6 - Calcul de l'impédance Z du circuit :
La mesure de I donne environ 11 divisions d'où :

$$I = 11 \text{ div.} \times 50 \text{ mA/div.} = 550 \text{ mA}$$

$$Z = \frac{U}{I} = \frac{51}{0{,}55} \# 93\ \Omega$$

L'impédance Z est composée de l'impédance Z_L et de la résistance R associées en parallèle; il est donc prévisible que $Z < Z_L$.

7 - La mesure de l'angle φ donne environ 46°. Le courant total est en retard sur la tension appliquée.

Remarque :
Tous les résultats numériques extraits du diagramme de Fresnel peuvent être calculés en appliquant les relations géométriques et trigonométriques des triangles.

DEVOIR N° 12

Effectuez le devoir sur la feuille de copie préimprimée que vous trouverez en encart au milieu du fascicule. Ne recopiez pas les énoncés et soignez la présentation de votre travail.

Problème n° 1 (12 points)

1ère question (2 points)
Une bobine réelle est alimentée par le réseau (U = 230 V - 50 Hz).

Inductance : L = 2,55 H Résistance propre : R_L = 600 Ω

a - Calculer la réactance X_L, l'impédance Z_L et le courant I_L.

b - Construire le diagramme de Fresnel relatif à cette bobine.

2ème question (2 points)
Un circuit composé d'un condensateur C câblé en série avec une résistance Rc est alimenté par le réseau (U = 230 V - 50 Hz).

C = 7 µF Rc = 600 Ω

a - Calculer la réactance Xc du condensateur, l'impédance Zc du circuit et le courant Ic.

b - Construire le diagramme de Fresnel relatif à ce circuit en choisissant les mêmes échelles que précédemment.

3ème question (5 points)
La bobine réelle de la question n° 1 est câblée en parallèle sur le circuit de la question n° 2.
L'ensemble est alimenté par le réseau (U = 230 V - 50 Hz).

a - Dessiner le schéma électrique du montage.

b - Etablir le diagramme de Fresnel relatif à ce montage en s'appuyant sur les résultats des questions 1 et 2 et déterminer la valeur du courant total I (on suggère de tracer Ic selon une horizontale).

c - Quel est le déphasage φ entre le courant total et la tension appliquée ?

d - Calculer l'impédance Z du montage.

e - Conclure sur le comportement particulier de ce montage.

4ème question (2 points)
On démontre que le comportement particulier du montage étudié est conditionné par les deux relations suivantes :

$$R_L = R_C \quad \text{et} \quad R_L \times R_C = X_L \times X_C$$

Posons $R = R_L = R_C$

a - Vérifier que la relation $R^2 = X_L \times X_C$ est quasiment réalisée.

b - Trouver une relation simple liant dans ce cas R, L et C.

5ème question (1 point)
Calculer successivement les puissances apparente S, active P et réactive Q absorbées par ce montage.

Problème n° 2 (8 points)

Une installation industrielle alimentée sous 230 V- 50 Hz consomme une puissance active P de 120 kW et présente un facteur de puissance égal à 0,707.
Le câble d'alimentation se compose de deux conducteurs en cuivre de section S = 160 mm^2. La distance d entre le poste de distribution et l'installation mesure 78 m.

(Rappel : La résistivité du cuivre est de $1{,}6.10^{-8}$ Ωm).

1ère question (2 points)
En suivant la démarche du problème traité 4.7.1, déterminer la capacité C de la batterie de condensateurs à câbler aux bornes de l'installation pour ramener le facteur de puissance à 0,93.

2ème question (1 point)
Calculer la résistance Rf des fils constituant la ligne d'alimentation.

3ème question (2 points)
Calculer le courant total fourni I_1 et la puissance P_1 dissipée dans la ligne avant compensation du facteur de puissance.

4ème question (2 points)
Calculer le courant total fourni I_2 et la puissance P_2 dissipée dans la ligne après compensation.

5ème question (1 point)
Quelle est l'économie de puissance ΔP réalisée par le fournisseur d'énergie grâce à l'adjonction de la batterie de condensateurs.

Notes personnelles

Notes personnelles

Notes personnelles

Impression AFPA - SEDEX